

**ESEMPIO DI CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE TERMICHE DINAMICHE IN ACCORDO CON LA NORMA UNI EN ISO 13786 – UNI EN 832**

Nel presente esempio vengono calcolate le caratteristiche termiche dinamiche di due strutture, utilizzando il metodo di calcolo indicato nella UNI EN 13786.

Il programma STIMA10 ver. 6 utilizza questa norma, per determinare la capacità termica interna delle varie strutture, come indicato nell'appendice H della UNI EN 832.

**LEGENDA**

d	[m]	Spessore dello strato
$\lambda$	[W/mK]	Conduttività termica del materiale
c	[J/kg·K]	Capacità termica specifica
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Densità
$\delta$	[m]	Profondità di penetrazione periodica di un'onda termica in un materiale
$\xi$	[-]	Rapporto tra lo spessore dello strato e la profondità di penetrazione
R	[m <sup>2</sup> K/W]	Resistenza termica dei singoli strati
$\chi$	[J/(m <sup>2</sup> ·K)]	Capacità termica areica
$Y_{mn}$	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	Ammetenza termica dinamica
$Z_{mn}$		Elemento della matrice di trasmissione del calore
f		Fattore di decremento
U	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	Trasmittanza termica in regime stazionario
T	[s]	Periodo delle variazioni

**RICHIAMI SULLE FORMULE UTILIZZATE:**

Il metodo di calcolo illustrato nella norma è basato sulla conduzione termica in componenti edili composti da diversi strati piani, paralleli, omogenei, con condizioni al contorno sinusoidali regolari e un flusso termico monodimensionale.

La distribuzione della temperatura all'interno di uno strato di materiale omogeneo soggetto ad un flusso termico monodimensionale è data dalla soluzione dell'equazione differenziale della diffusione di energia termica:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

dove:

$\theta$	Temperatura
x	Direzione di propagazione del flusso termico
t	Tempo

Per uno strato finito e con condizioni al contorno di temperatura e flusso termico varianti col tempo secondo una legge armonica, il flusso termico areico scambiato  $q_2$  e la temperatura  $\theta_2$  in corrispondenza ad una superficie possono essere correlati con il flusso scambiato  $q_1$  e con la temperatura  $\theta_1$  in corrispondenza della superficie opposta attraverso la seguente relazione matriciale (le grandezze in gioco sono complesse):

$$\begin{bmatrix} \hat{g}_2 \\ \hat{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_1 \\ \hat{q}_1 \end{bmatrix}$$

dove la matrice quadrata viene detta "matrice di trasmissione o di trasferimento".

Gli elementi della matrice sono numeri complessi così calcolati:

$$Z_{11} = Z_{22} = \cosh(z)$$

$$Z_{12} = -\frac{d \cdot \sinh(z)}{\lambda \cdot z}$$

$$Z_{21} = \frac{\lambda \cdot z \cdot \sinh(z)}{d}$$

dove:

$$z = \xi + i\xi \quad \text{dove } i = \sqrt{-1} \text{ è l'unità immaginaria}$$

$$\xi = \frac{d}{\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\lambda \cdot T}{\pi \cdot \rho \cdot c}}$$

La matrice di trasferimento di un componente edilizio costituito da più strati, si calcola come prodotto delle matrici di trasferimento dei singoli strati.

Se il j-esimo strato è uno strato liminare superficiale o uno strato d'aria, allora la matrice di trasmissione è la seguente:

$$\begin{bmatrix} 1 & R_j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dove } R_j \text{ è la resistenza termica del j-esimo strato}$$

Le ammettenze termiche sono:

$$Y_{11} = \frac{Z_{11} - 1}{Z_{12}} \quad Y_{22} = \frac{Z_{22} - 1}{Z_{12}}$$

dove  $Y_{11}$  è riferito al lato interno del componente e  $Y_{22}$  al lato esterno.

Le capacità termiche areiche sono:

$$\chi_1 = \frac{C_1}{A} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot \Im\left(\frac{1}{Y_{11}}\right)} \quad \chi_2 = \frac{C_2}{A} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot \Im\left(\frac{1}{Y_{22}}\right)}$$

Il fattore di decremento è dato da:

$$f = \frac{1}{|Z_{12}| \cdot U}$$

I calcoli dei due esempi seguenti sono riferiti a un periodo T di 24h

TIPO DI STRUTTURA *Parete di calcestruzzo isolata dall'esterno (UNI13786-D2)*

N	Descrizione strato (dall'interno verso l'esterno)	d (m)	$\lambda$ (W/mK)	c (J/kg·K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\delta$ m	$\xi$ -	R (m <sup>2</sup> K/W)
1	Superficie interna							0.130
2	Calcestruzzo	0.2000	1.800	1000	2400	0.144	1.393	0.111
3	Isolamento termico	0.1000	0.040	1400	30	0.162	0.618	2.500
4	Rivestimento	0.0050	1.000	1500	1200	0.124	0.040	0.005
5	Superficie esterna							0.040

SPESSORE TOTALE [m]	0.3050	TRASMITTANZA TOTALE [W/m <sup>2</sup> K]	0.359	RESISTENZA TERMICA TOTALE [m <sup>2</sup> K/W]	2.786
---------------------	--------	--	-------	--	-------

**ELEMENTI DELLA MATRICE DI TRASMISSIONE**

Matrice di trasferimento	Re()	Im()	Modulo	Variazione di tempo [h]
$Z_{11}$	-68.6823	70.0690	98.12 [-]	8.96
$Z_{12}$	8.6605	-14.0598	16.51 [m <sup>2</sup> ·K/W]	-3.89
$Z_{21}$	80.2784	21.3383	83.07 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]	0.99
$Z_{22}$	-13.9778	-0.5172	13.99 [-]	-11.86

**CARATTERISTICHE DELLA MATRICE TERMICA DINAMICA**

Ammettenze termiche	Modulo	Variazione di tempo
$Y_{11}$ (lato interno)	5.98	-11.12 [ h ]
$Y_{22}$ (lato esterno)	0.91	-7.98 [ h ]

Capacità termiche areiche		
$\chi_1$ (lato interno)	360	[ kJ/(m <sup>2</sup> ·K) ]
$\chi_2$ (lato esterno)	14	[ kJ/(m <sup>2</sup> ·K) ]

	Modulo	Variazione di tempo
Fattore di decremento	0.17	3.89 [ h ]

TIPO DI STRUTTURA *Parete di calcestruzzo omogeneo (UNI13786-D1)*

N	Descrizione strato (dall'interno verso l'esterno)	d (m)	$\lambda$ (W/mK)	c (J/kg·K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\delta$ m	$\xi$ -	R (m <sup>2</sup> K/W)
1	Superficie interna							0.130
2	Calcestruzzo	0.2000	1.800	1000	2400	0.144	1.393	0.111
3	Superficie esterna							0.040

SPESSORE TOTALE [m]	0.2000	TRASMITTANZA TOTALE [W/m <sup>2</sup> K]	3.557	RESISTENZA TERMICA TOTALE [m <sup>2</sup> K/W]	0.281
------------------------	--------	---	-------	---	-------

**ELEMENTI DELLA MATRICE DI TRASMISSIONE**

Matrice di trasferimento	Re ( )	Im ( )	Modulo	Variazione di tempo [h]
$Z_{11}$	-0.508	3.081	3.12 [-]	6.62
$Z_{12}$	-0.046	-0.545	0.55 [m <sup>2</sup> ·K/W]	-6.32
$Z_{21}$	22.16	-30.55	37.74 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]	-3.60
$Z_{22}$	-2.502	5.830	6.34 [-]	7.55

**CARATTERISTICHE DELLA MATRICE TERMICA DINAMICA**

Ammettenze termiche	Modulo	Variazione di tempo
$Y_{11}$ (lato interno)	6.27	-9.94 [ h ]
$Y_{22}$ (lato esterno)	12.43	-9.61 [ h ]

Capacità termiche areiche	Modulo	Variazione di tempo
$\chi_1$ (lato interno)	168	[ kJ/(m <sup>2</sup> ·K) ]
$\chi_2$ (lato esterno)	292	[ kJ/(m <sup>2</sup> ·K) ]

	Modulo	Variazione di tempo
Fattore di decremento	0.51	6.32 [ h ]